

Elementargeometrie (LR)

Vorlesungsübersicht

Wintersemester 2021/2022
 dienstags 8:15–9:45 Uhr (H32)
 Claudius Zibrowius

19.10. | 1 | Bhāskara und Pythagoras

- Der Satz von Pythagoras und der Beweis von Bhāskara ☞
- Definition: Euklidische Ebene $\mathbb{E} = (\mathbb{R}^2 \text{ zusammen mit dem euklidischen Längenmaß})$
- Satz: Durch jedes Paar von verschiedenen Punkten in \mathbb{E} verläuft genau eine Gerade.

26.10. | 2 | Weitere Grundbegriffe der euklidischen Geometrie

- Lemma: Für beliebige Geraden g und h gilt: $g \nparallel h \Leftrightarrow g \cap h = \{1 \text{ Punkt}\}$.
- Das Parallelenaxiom (Beweis siehe Übungsblatt 2 ☞).
- Satz: Jede Gerade teilt die Ebene in zwei Halbebenen (Beweis siehe Übungsblatt 2 ☞).
- Kreise, Winkel und Winkelmaß
- Definition: längenerhaltende Abbildungen

2.11. | 3 | Klassifikation von Bewegungen der Ebene

- Satz: Jede Bewegung der Ebene lässt sich schreiben als Verknüpfung einer Verschiebung, einer Drehung um den Ursprung und evtl. einer Spiegelung entlang der x -Achse

9.11. | 4 | Wirkungen von Bewegungen auf geometrische Objekte I

- Korollar 1: Bewegungen sind umkehrbar.
- Korollar 2: Bewegungen sind affine Abbildungen.
- Korollar 3: Bewegungen erhalten Geraden, Strecken (und deren Längen), Strahlen, Kreise (und deren Radii), sowie Winkel (und deren Winkelmaß)
- Korollar 4 (Lieblingssatz zu Bewegungen): Seien A, B, C drei nicht-kolineare Punkte und A', B', C' derart, dass $\ell(\overline{AB}) = \ell(\overline{A'B'})$, $\ell(\overline{BC}) = \ell(\overline{B'C'})$, $\ell(\overline{CA}) = \ell(\overline{C'A'})$. Dann gibt es genau eine Bewegung $\varphi: \mathbb{E} \rightarrow \mathbb{E}$ derart, dass $\varphi(A) = A'$, $\varphi(B) = B'$ und $\varphi(C) = C'$.
- Geometrische Charakterisierung von Spiegelungen und Drehungen

16.11. | 5 | Wirkungen von Bewegungen auf geometrische Objekte II

- Anwendungen von unserem Lieblingssatz zu Bewegungen
- Anwendung der geometrischen Charakterisierung von Spiegelungen und Drehungen
- Kongruente Teilmengen: Geraden, Strahlen und Strecken

23.11. | 6 | Kreise und Kongruenzsätze

- Schnitte von Kreisen mit Kreisen und Kreisen mit Geraden
- Definition: Sekante, Passante, Tangente
- Kongruenzsätze SSS, SWS, WSW

30.11. | 7 | Anwendungen von Kongruenzsätzen

- Beweise der Kongruenzsätze SWS und WSW
- Gleichschenklige und gleichseitige Dreiecke
- Euclidea \varnothing : Konstruktion von gleichseitigem Dreieck und 60° -Winkeln mit Zirkel und Lineal
- Konstruktion von Mittelsenkrechten mit Zirkel und Lineal

7.12. | 8 | Konstruktionen mit Zirkel und Lineal

- Beweis der Konstruktion von Mittelsenkrechten mit Zirkel und Lineal
- Die Mittelsenkrechten und der Umkreis eines Dreiecks
- Konstruktion von Winkelhalbierenden
- Lot errichten und fällen

14.12. | 9 | Höhenschnittpunkte, Winkelsumme von Dreiecken und der Peripheriewinkelsatz

- Beweis der Konstruktion und der Eindeutigkeit des Lotes
- Stufen- und Wechselwinkelsatz, sowie Innenwinkelsatz für Dreiecke
- Der Höhenschnittpunkt eines Dreiecks
- Satz von Thales und (schwache Version des) Peripheriewinkelsatz

21.12. | 10 | Anwendung des Peripheriewinkelsatzes und Innenwinkelsummen von Vielecken

- Starke Version des Peripheriewinkelsatzes
- Anwendung: Der Höhenschnittpunkt eines Dreiecks wird von der Spiegelung an einer beliebigen Seite auf den Umkreis des Dreiecks abgebildet. (Beweis*)
- Einfache und nicht-einfache Vielecke, deren Winkelsumme und Rotationszahl

11.1. | 11 | Der Kongruenzsatz SsW

- Der Außenwinkelsatz
- Ungleichung von Längen und Winkeln in einem Dreieck
- Der Kongruenzsatz SsW
- Spezialfall: Der Kongruenzsatz $SS\frac{\pi}{2}$

18.1. | 12 | Inkreise

- Abstände zwischen Teilmengen der Ebene
- Satz: Der Abstand Punkt–Gerade lässt sich durch Fällen eines Lots bestimmen.
- Lemma: $P \in$ Winkelhalbierende $\Leftrightarrow P$ liegt im Inneren des zu halbierenden Winkels und hat den gleichen Abstand zu beiden Strahlen
- Satz: Die Winkelhalbierenden eines jeden Dreiecks schneiden sich in genau einem Punkt.

25.1. | 13 | Streckungen und Dreiecke + Seitenhalbierenden eines Dreiecks

- Streckungen und ihre grundlegenden Eigenschaften
- Ähnlichkeitssatz WWW
- Der Strahlensatz (inkl. Umkehrung)
- Seitenhalbierenden schneiden sich in einem Punkt im Verhältnis 2:1.

1.2. | 14 | Flächeninhalte

- Winkelhalbierende teilen die Seite im Verhältnis der anliegenden Seiten.
- Eigenschaften des Flächeninhalts und warum Maßtheorie schwierig ist.
- Flächeninhalt über Höhenformel und Satz von Heron (ohne Beweis*)
- Flächeninhalt von ähnlichen Dreiecken
- Flächeninhalt von Kreisscheiben (ohne Beweis*)

8.2. | 15 | Sphärische Geometrie*

- Flugrouten und Geodäten
- Winkel zwischen Geodäten und die Innenwinkelsumme sphärischer Dreiecke
- Flächenformel für sphärische Dreiecke (ohne Beweis*)
- Wiederholung für Klausur: Übungen zu Bewegungen in der Ebene

21.2. | ★ | Abschlussklausur

*) nicht klausurrelevant