

Übungsblatt 14

zur Vorlesung vom 01.02.2022

1 | 1D versus 2D. Wer gewinnt?

Es sei $\varphi: \mathbb{E} \rightarrow \mathbb{E}$ eine Abbildung.

- (a) Wenn φ längenerhaltend ist, ist dann φ auch flächeninhalterhaltend?
- (b) Wenn φ flächeninhalterhaltend, ist dann φ auch längenerhaltend?

2 | Umzugsvorbereitungen

Ein quadratischer und ein kreisförmiger Tisch haben jeweils einen Flächeninhalt von 1m^2 .

- (a) Welcher der beiden Tische hat den größeren Umfang? Versuche die Aufgabe erst einmal ohne Rechnung zu beantworten.
- (b) Berechne nun die beiden Umfänge.

Welche geometrische Form hat das beste Verhältnis von Flächeninhalt zu Umfang?

3 | Flächenformel für Dreiecke

In der Vorlesung hatten wir folgenden Satz besprochen:

Jedem durch endlich viele Strecken und Kreissegmente begrenzten Gebiet G in der Ebene $\mathbb{E} = \mathbb{R}^2$ kann man auf eindeutige Weisen einen Flächeninhalt $\mathcal{A}(G)$ zuordnen, derart dass folgende Eigenschaften erfüllt sind:

- (a) *Es gilt $\mathcal{A}(\text{Rechteck mit Seitenlängen } a \text{ und } b) = a \cdot b$.*
- (b) *Bewegungen sind flächeninhalterhaltend, mit anderen Worten, kongruente Gebiete besitzen den gleichen Flächeninhalt.*
- (c) *Der Flächeninhalt von Strecken ist null.*
- (d) *Für zwei Gebiete X und Y gilt*

$$\mathcal{A}(X \cup Y) = \mathcal{A}(X) + \mathcal{A}(Y) - \mathcal{A}(X \cap Y).$$

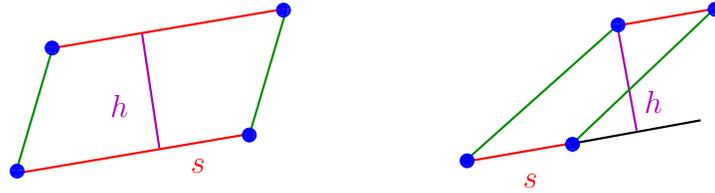
Zeige mithilfe dieses Satzes, dass für jedes Dreieck gilt

$$\text{Flächeninhalt des Dreiecks} = \frac{1}{2} \cdot \text{Seitenlänge} \cdot \text{Länge der zugehörigen Höhe}.$$

4 | Flächenformel für faule Parallelogramme

Es sei \square ein Parallelogramm. Zeige mit möglichst wenig Aufwand, dass

Flächeninhalt(\square) = Länge einer Seite \cdot Abstand zwischen den beiden parallelen Geraden.



$$\text{Flächeninhalt des Parallelogramms} = s \cdot h$$