Universität Regensburg
Claudius Zibrowius

Elementargeometrie (LR)
WS 2021/22

Übungsblatt 2

zur Vorlesung vom 26.10.2021

---

1 | Das Parallelenaxiom

Zur Erinnerung: Wir sagen zwei Geraden g und h sind *parallel*, wenn sich diese nicht schneiden *oder*, wenn die beiden Geraden identisch sind. Wir schreiben dann $g \parallel h$. Beweise nun, etwa mit Hilfe linearer Algebra: Zu jeder Geraden g und jedem Punkt P gibt es genau eine Gerade durch P, welche parallel zu g verläuft.

Hinweis: Benutze die in der Vorlesung gezeigte Aussage $g \nparallel h \Leftrightarrow g \cap h = \{1 \text{ Punkt}\}$. Wie lässt sich die rechte Seite umformulieren?

2 | Parallelität ist transitiv!

Es seien g, h, k drei Geraden. Wenn $g \parallel h$ und $h \parallel k$, dann gilt auch $g \parallel k$.

Hinweis: Versuche die Aufgabe geschickt auf Aufgabe 1 zurückzuführen.

3 | Ist Nicht-Parallelität nicht transitiv?

Es seien a, b, c paarweise verschiedene Geraden mit $a \parallel b$. Wenn c die Gerade a schneidet, schneidet c dann auch die Gerade b? Was ist, wenn a, b und c nicht paarweise verschieden sind?

4 | Ehrlich halbiert

Zu jeder Geraden g in $\mathbb{R}^2$ gibt es zwei Teilmengen U und V von $\mathbb{R}^2 \setminus g$, die durch die folgenden vier Eigenschaften definiert sind:

1. $\mathbb{R}^2 = U \cup V \cup g$;
2. $U \cap V = \varnothing$;
3. Alle Punkte in U liegen auf der gleiche Seite von g; und
4. Alle Punkte in V liegen auf der gleiche Seite von g.

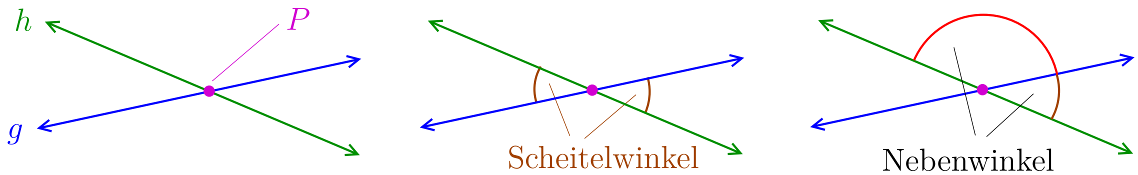
(Wir bezeichnen U und V als die durch g definierten *Halbebenen*.)

Hinweis: Nehme an, dass $g = \{Q + tv \mid t \in \mathbb{R}\}$. Wie könnte man U und V mit etwas linearer Algebra beschreiben?

5 | Irgendwie geviertelt

Es seien g und h zwei Geraden, welche sich in einem Punkt P schneiden. Zeige, dass die Scheitelwinkel gleich groß sind.

Hinweis: Benutze den Nebenwinkelsatz.



6 | Gut verknüpft

Es seien $\varphi, \psi \colon \mathbb{E} \to \mathbb{E}$ zwei längenerhaltende Abbildungen. Ist dann auch die Verknüpfung

$$\begin{aligned} \varphi \circ \psi \colon \mathbb{E} &\to \mathbb{E} \\ P &\mapsto \varphi(\psi(P)) \end{aligned}$$

längenerhaltend?