

Übungsblatt 6

zur Vorlesung vom 23.11.2021

1 | Spiegelungen entlang Tangenten und Sekanten

Sei K ein Kreis mit Zentrum P und sei Q ein Punkt auf K . Seien g eine Sekante und h eine Tangente zu K , die beide durch Q verlaufen. Seien σ_g und σ_h jeweils die Spiegelungen entlang dieser beiden Geraden.

- (a) Angenommen $\sigma_g(\sigma_h(\sigma_g(P)))$ ist gleich dem Punkt P . Was kannst Du über die Sekante g sagen?
- (b) Angenommen $\sigma_g(\sigma_h(\sigma_g(P)))$ liegt auf dem Kreis K . Was kannst Du dann über die Sekante g sagen?

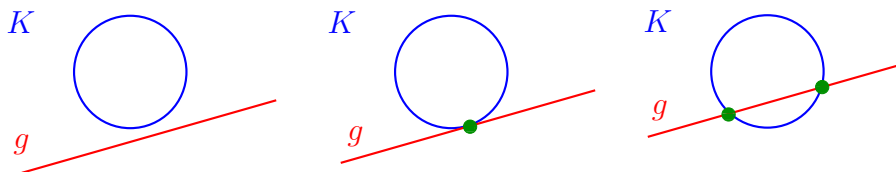
Hinweis: Konstruiere die geometrischen Objekte zunächst in Geogebra $\square$ und schaue Dir an, wie der Punkt $\sigma_g(\sigma_h(\sigma_g(P)))$ von der Wahl der Sekante g abhängt. Stelle darauf eine Vermutung auf, wie die Antwort lauten sollte, und versuche sie dann zu begründen. Tipp, besonders für (b): Nutze Aufgabe 4 vom Übungsblatt 5.

2 | Frag doch mal Pythagoras!

Sei $K = K(P, r)$ ein Kreis mit Radius $r > 0$ um einen Punkt $P \in \mathbb{E}$ und sei $Q \in K$. Bezeichne g die Gerade durch P und Q . In der Vorlesung hatten wir gezeigt, dass die Tangente zu K durch Q nur die Gerade g' sein kann, die durch Q verläuft und senkrecht auf g steht. Zeige nun, dass g' tatsächlich eine Tangente zu K ist.

3 | Charakterstudien in einer Fußgängerzone

Sei K ein Kreis in der Ebene. In der Vorlesung hatten wir Passanten, Tangenten und Sekanten zu K definiert als Geraden, die K nicht, in genau einem bzw. in genau zwei Punkten schneiden. Zeige, dass jede Gerade entweder eine Passante, eine Tangente oder eine Sekante zu K ist.



4 | Sinnvoll durchgemessen

Es sei X eine Teilmenge von $\mathbb{R}^2$. Wir bezeichnen den maximalen Abstand zwischen zwei Punkten in X als *Durchmesser von X* . Mit anderen Worten, es ist

$$\text{Durchmesser von } X := \max\{\ell(\overline{PQ}) \mid P, Q \in X\}.$$

Zeige nun:

Durchmesser von einem Kreis von Radius $r = 2r$.

5 | Babyleicht: Passt das Eckige durchs Runde?

Die Kreisscheibe mit Mittelpunkt P und Radius $r \geq 0$ ist definiert als die Menge

$$S(P, r) := \{Q \in \mathbb{R}^2 \mid \ell(\overline{PQ}) \leq r\}.$$

Es sei X eine Teilmenge von $\mathbb{R}^2$ mit Durchmesser d . Gibt es dann notwendigerweise eine Scheibe $S(P, \frac{d}{2})$ von Radius $\frac{d}{2}$, welche X enthält?

6 | Biene im Teleskop

Seien K und K' zwei Kreise mit jeweils Radius $\frac{1}{2}$ derart, dass K , K' und der Einheitskreis sich jeweils nur in einem Punkt berühren; siehe Skizze. Sei nun L_1 ein vierter Kreis, der K , K' und den Einheitskreis jeweils in genau einem Punkt berührt.

- Was ist der Radius von L_1 ?
- Was ist der Radius des Kreises L_2 , der L_1 sowie K und K' berührt?
- Allgemeiner für $n > 1$, was ist der Radius des Kreises L_n , der L_{n-1} sowie K und K' berührt?

